

Impedanzspektroskopie

Einführung

Die Impedanzspektroskopie (*impedance spectroscopy, dielectric spectroscopy*) ist eine experimentelle Methode zur Untersuchung frequenzabhängiger elektrischer Eigenschaften eines Elektroden-Probe-Systems. Aus den erhaltenen Spektren können ggf. Rückschlüsse auf elektrische Transportmechanismen sowie auf die Beweglichkeit von Ladungsträgern gezogen werden. Eine ausführliche Betrachtung der Impedanzspektroskopie sowie deren Anwendungen geben u. a. [1-7].

Theoretische Grundlage der Impedanzspektroskopie ist die Störungstheorie: Das zu untersuchende Elektroden-Probe-System wird durch eine von außen einwirkende Störung (Anregung) – im Allgemeinen in Form einer elektrischen Wechselspannung oder eines elektrischen Wechselfeldes – aus dem thermodynamischen Gleichgewichtszustand gebracht. Die Reaktion (Antwort) des Elektroden-Probe-Systems erfolgt dann in Form eines zur anregenden Spannung bzw. zum anregenden Wechselfeld phasenverschobenen elektrischen Stromes. Nach der Anregung kehrt das Elektroden-Probe-System durch einen makroskopisch zu beobachtenden Relaxationsprozess in den thermodynamischen Gleichgewichtszustand zurück. Somit ist eine zerstörungsfreie Messung quasi im Gleichgewichtszustand möglich.

Im Allgemeinen weisen elektrochemische Prozesse ein nichtlineares Strom-Spannungs-Verhalten auf. Eine hinreichend kleine Anregung kann jedoch auf Grundlage der Theorie der linearen Antwort (*linear response theory*) durch eine lineare Differentialgleichung, der Transferfunktion, mit der resultierenden Antwort verknüpft werden. Die Leitfähigkeit des Elektroden-Probe-System resultiert dann aus der Stromdichteautokorrelationsfunktion durch KUBO-Transformation [8]. Andererseits muss die Anregung ausreichend groß sein, um ein möglichst großes Signal-Rausch-Verhältnis zu erzielen.

Bei der häufig verwendeten Frequenzbereich-Methode (*frequency-domain-method*) erfolgt die Anregung des zu untersuchenden Elektroden-Probe-Systems mit einer Wechselspannung definierter Amplitude U_0 und schrittweise variierender Messfrequenz ν (Einzelfrequenzanregung). Zu jeder einzelnen Messfrequenz wird die Amplitude des resultierenden Stromsignals I_0 und der dazugehörige Phasenverschiebungswinkel $\Delta\phi$ gegenüber der anregenden Spannung gemessen (potentiometrisch geregelte Messung). Aus dieser frequenzabhängigen Systemantwort werden anschließend alle für die Auswertung relevanten Größen berechnet.

Zur Vereinfachung der theoretischen Betrachtung wird das Elektroden-Probe-System im Folgenden als Plattenkondensator mit planparallelen Elektroden der Fläche A im Abstand d zueinander – zwischen denen sich ein isotropes Dielektrikum befindet – behandelt. Somit können alle auftretenden Größen durch Skalare beschrieben werden. Die wesentlichen Ergebnisse dieser Betrachtung lassen sich auch auf die Probengeometrie der häufig verwendeten Interdigitalelektroden-Struktur (IDE-Struktur, auch *interdigitated capacitor structure*, *IDC structure*) übertragen [9].

Systemanregung und Systemantwort

Die zur Anregung des zu untersuchenden Elektroden-Probe-Systems häufig verwendete Sinus-förmige Wechselspannung kann durch die Funktion

$$U(t) = U_0 \cdot \sin(\omega t + \phi_U) = U_0 \cdot e^{j(\omega t + \phi_U)} \quad (1)$$

beschrieben werden und ist durch die Bestimmungsgrößen Amplitude U_0 , Kreisfrequenz $\omega = 2\pi\nu$ und Phasenwinkel ϕ_U festgelegt, hierbei ist t die Zeit und $j := (-1)^{0,5}$. Das durch diese von außen angelegte Spannung bedingte elektrische Feld

$$E(t) = E_0 \cdot \sin(\omega t + \phi_E) = E_0 \cdot e^{j(\omega t + \phi_E)}, \quad (2)$$

beschrieben durch dessen Amplitude $E_0 = U_0 \cdot d^{-1}$ und Phasenwinkel $\phi_E = \phi_U$, bewirkt durch die Verschiebung von Ladungsträgern im zu untersuchenden Elektroden-Probe-System einen ebenfalls Sinus-förmigen Strom

$$I(t) = I_0 \cdot \sin(\omega t + \phi_I) = I_0 e^{j(\omega t + \phi_I)}, \quad (3)$$

dessen Amplitude I_0 und Phasenwinkel ϕ_I vom System und der Messfrequenz ν abhängig sind. Als Maß für die im Elektroden-Probe-System transportierte Ladung fungiert der als Impedanz (Scheinwiderstand, *impedance*) bezeichnete Quotient der FOURIER-Transformierten von Spannung und Strom

$$Z(\omega) = \frac{F\{U(t)\}}{F\{I(t)\}} = \frac{U_0}{I_0} \cdot e^{j(\phi_I - \phi_U)} = |Z(\omega)| \cdot e^{j\Delta\phi(\omega)}. \quad (4)$$

Betrag $|Z(\omega)|$ und Phasenverschiebungswinkel $\Delta\phi(\omega) = \phi_I - \phi_U$ der Impedanz sind

$$|Z(\omega)| = \sqrt{(\operatorname{Re}(Z(\omega)))^2 + (\operatorname{Im}(Z(\omega)))^2} \quad \text{und} \quad \Delta\phi(\omega) = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}(Z(\omega))}{\operatorname{Re}(Z(\omega))}\right). \quad (5)$$

Für deren Real- und Imaginärteil gilt

$$\operatorname{Re}(Z(\omega)) = |Z(\omega)| \cdot \cos(\Delta\phi) =: Z'(\omega), \quad (6)$$

$$\operatorname{Im}(Z(\omega)) = |Z(\omega)| \cdot \sin(\Delta\phi) =: Z''(\omega), \quad (7)$$

$$\text{somit } Z(\omega) = Z'(\omega) + jZ''(\omega). \quad (8)$$

Nach dem Kausalitätsprinzip hängt die Antwort des Elektroden-Probe-Systems nur von der äußeren Anregung ab, so dass Real- und Imaginärteil der Impedanz bzw. der Impedanz-verbundenen Größen über die KRAMERS-KRONIG-Relation miteinander verknüpft und somit ineinander überführbar sind [10-12].

Der durch die äußere Anregung resultierende Strom kann formal in zwei zueinander orthogonale Komponenten zerlegt werden:

- Die eine Komponente ist in Phase mit der anregenden Spannung. Der Quotient aus der Amplitude der Spannung und der Amplitude dieser Strom-Komponente ist proportional zum Realteil der Impedanz, der als Resistanz (Wirkwiderstand, *resistance*) bezeichnet wird. Dieser ist ein Maß für die elektrische Energie, die vom System dissipiert wird.
- Die andere Komponente ist gegenüber der anregenden Spannung um $\frac{\pi}{2}$ phasenverschoben. Der Quotient aus der Amplitude der Spannung und der Amplitude dieser Strom-Komponente ist proportional zum Imaginärteil der Impedanz, der als Reaktanz (Blindwiderstand, *reactance*) bezeichnet wird. Dieser ist ein Maß für die elektrische Energie, die in dem System gespeichert wird.

Zur Berechnung des durch die Anregung resultierenden Stromes in einem Elektroden-Probe-System geht man von den KIRCHHOFF'schen Regeln aus, die dann auf die Momentanwerte von Spannung und Strom angewendet werden. Dies führt jeweils zu einem Satz von Differentialgleichungen, bei denen die Beziehungen zwischen Spannung und Strom für einen OHM'schen Widerstand R , einer Induktivität (Spule) L und einer Kapazität (Kondensator) C wie folgt gegeben sind:

$$U_R = R \cdot I; \quad I = \frac{U_R}{R} = \frac{1}{R} U_0 \cdot e^{j(\omega t + \phi_I)} = I_{0,R} \cdot e^{j(\omega t + \phi_I)}, \quad \phi_I = 0, \quad (9)$$

$$U_L = L \frac{dI}{dt}; \quad I = \int \frac{U_L}{L} dt = \frac{1}{\omega L} U_0 \cdot e^{j(\omega t + \phi_I)} = I_{0,L} \cdot e^{j(\omega t + \phi_I)}, \quad \phi_I = -\frac{\pi}{2}, \quad (10)$$

$$U_C = \frac{1}{C} \int I dt; \quad I = C \frac{dU_C}{dt} = j\omega C U_0 \cdot e^{j(\omega t + \phi_I)} = I_{0,C} \cdot e^{j(\omega t + \phi_I)}, \quad \phi_I = +\frac{\pi}{2}. \quad (11)$$

Die Impedanz des Elektroden-Probe-Systems lässt sich formal in ihre einzelnen Anteile zerlegen. Diese können durch Reihen- und Parallelschaltung miteinander verknüpft sein:

- Die Resistanz $Z' = Z_R$ entspricht dem Ohm'schen Widerstand (*resistance*)

$$R = Z_R = \frac{U_0}{I_0} = \frac{U_R}{I_0}. \quad (12)$$

Dieser ist von der Messfrequenz unabhängig, Spannung und Strom befinden sich in Phase.

- Der rein imaginäre, induktive Anteil der Reaktanz ist die Induktanz (*inductance*)

$$Z_L = \frac{U_0}{I_0} = \frac{U_L}{I_0} = j \cdot \omega \cdot L. \quad (13)$$

Sie ist von der Messfrequenz abhängig, die Spannung eilt dem Strom um $\frac{\pi}{2}$ voraus.

- Der ebenfalls rein imaginäre, kapazitive Anteil der Reaktanz ist die Kondensanz (Kapazität, *capacitance*)

$$Z_C = \frac{U_0}{I_0} = \frac{U_C}{I_0} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C}. \quad (14)$$

Sie ist ebenfalls von der Messfrequenz abhängig, der Strom eilt der Spannung um $\frac{\pi}{2}$ voraus.

Der Kehrwert der Impedanz wird als Admittanz (Leitwert, *admittance*) bezeichnet und ist gegeben zu

$$Y(\omega) = \frac{1}{Z(\omega)} = \frac{F\{I(t)\}}{F\{U(t)\}} = \frac{I_0}{U_0} \cdot e^{-j(\phi_I - \phi_U)} = |Y(\omega)| \cdot e^{-j\Delta\phi(\omega)} = Y'(\omega) + jY''(\omega). \quad (15)$$

Der Realteil der Admittanz Y' wird Konduktanz (Wirkleitwert, *conductance*), der Imaginärteil Y'' Suszeptanz (Blindleitwert, *susceptance*) genannt.

Die Admittanz ist über die Geometrie des Elektroden-Probe-Systems mit dessen spezifischer Leitfähigkeit $\sigma(\omega)$ verknüpft:

$$\sigma(\omega) = \frac{d}{A} \cdot |Y(\omega)| = |\sigma(\omega)| \cdot e^{-j\Delta\phi(\omega)} = j\omega\varepsilon(\omega) = \sigma'(\omega) + j\sigma''(\omega). \quad (16)$$

Die Permittivität (*permittivity*) eines Systems $\varepsilon(\omega)$ ist ein Maß für den Ladungsfluss pro Frequenzzyklus und mit der dielektrischen Verschiebung (Verschiebungsstromdichte, *displacement current density*) $D(\omega)$ und dem elektrischen Feld E gegeben zu

$$\varepsilon(\omega) = \frac{D(\omega)}{E} = \varepsilon'(\omega) - j\varepsilon''(\omega). \quad (17)$$

Die Permittivität ist über die Geometrie des Systems mit dessen Kapazität $C(\omega)$ verknüpft:

$$C(\omega) = \frac{A}{d} \cdot |\varepsilon_0 \varepsilon_r(\omega)| = \varepsilon_r(\omega) C_0 = \frac{Y(\omega)}{j\omega} = C'(\omega) + jC''(\omega), \quad (18)$$

wobei ε_0 die Permittivität des Vakuums und ε_r die relative Permittivität (Permittivitätszahl, *relative dielectric constant*) des Systems ist. Der Kehrwert der Permittivität wird als Modulus (*modulus*) bezeichnet [13] und ist mit der Leerkapazität des Systems $C_0 = \varepsilon_0 \cdot A \cdot d^{-1}$ gegeben zu

$$M(\omega) = \frac{1}{\varepsilon(\omega)} = \frac{E}{D(\omega)} = j \cdot \omega \cdot C_0 \cdot Z = M'(\omega) + jM''(\omega). \quad (19)$$

Der Verlustfaktor $\tan \delta$ (*dielectric loss factor*) – aus dem Verlustwinkel $\delta = \frac{\pi}{2} - |\Delta\phi|$ resultierend – ist das Verhältnis von vom System dissipierter und im System gespeicherter Energie:

$$\tan \delta = \frac{Z'}{Z''} = \frac{Y'}{Y''} = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} = \frac{M''}{M'} = \frac{C''}{C'}. \quad (20)$$

Zur Übersicht sind noch einmal alle relevanten, mit der Impedanz verwandten Funktionen in Tab. 1 und – nach Real- und Imaginärteil getrennt – in Tab. 2 zusammengefasst.

Tab. 1 Übersicht über die Beziehungen zwischen Impedanz und Impedanz-verwandten Funktionen.

Funktion	Impedanz, Z	Modulus, M	Admittanz, Y	Permittivität, ε
Impedanz, Z	\equiv	$(j\omega C_0)^{-1} M$	Y^{-1}	$(j\omega C_0)^{-1} \varepsilon^{-1}$
Modulus, M	$j\omega C_0 Z$	\equiv	$j\omega C_0 Y^{-1}$	ε^{-1}
Admittanz, Y	Z^{-1}	$j\omega C_0 M^{-1}$	\equiv	$j\omega C_0 \varepsilon$
Permittivität, ε	$(j\omega C_0)^{-1} Z^{-1}$	M^{-1}	$(j\omega C_0)^{-1} Y$	\equiv

Tab. 2 Übersicht über die Beziehungen zwischen Impedanz und Impedanz-verwandten Funktionen nach Real- und Imaginärteil getrennt.

Funktion	Impedanz, Z	Modulus, M	Admittanz, Y	Permittivität, ε
Impedanz, Z	\equiv	$Z' = \frac{M''}{\omega C_0}$ $Z'' = \frac{-M'}{\omega C_0}$	$Z' = \frac{Y'}{Y'^2 + Y''^2}$ $Z'' = \frac{-Y''}{Y'^2 + Y''^2}$	$Z' = \frac{\varepsilon''}{\omega C_0 (\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2)}$ $Z'' = \frac{-\varepsilon'}{\omega C_0 (\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2)}$
Modulus, M	$M' = -\omega C_0 Z''$ $M'' = \omega C_0 Z'$	\equiv	$M' = \frac{\omega C_0 Y''}{Y'^2 + Y''^2}$ $M'' = \frac{\omega C_0 Y'}{Y'^2 + Y''^2}$	$M' = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2}$ $M'' = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2}$
Admittanz, Y	$Y' = \frac{Z'}{Z'^2 + Z''^2}$ $Y'' = \frac{-Z''}{Z'^2 + Z''^2}$	$Y' = \frac{\omega C_0 M''}{M'^2 + M''^2}$ $Y'' = \frac{\omega C_0 M'}{M'^2 + M''^2}$	\equiv	$Y' = \omega C_0 \varepsilon''$ $Y'' = \omega C_0 \varepsilon'$
Permittivität, ε	$\varepsilon' = \frac{-Z''}{\omega C_0 (Z'^2 + Z''^2)}$ $\varepsilon'' = \frac{Z'}{\omega C_0 (Z'^2 + Z''^2)}$	$\varepsilon' = \frac{M'}{M'^2 + M''^2}$ $\varepsilon'' = \frac{-M''}{M'^2 + M''^2}$	$\varepsilon' = \frac{Y''}{\omega C_0}$ $\varepsilon'' = \frac{Y'}{\omega C_0}$	\equiv

Physikalische Grundlage der Systemantwort

Die bei der Impedanzspektroskopie detektierte Systemantwort resultiert im erfassbaren Messbereich aus einer Überlagerung von zwei prinzipiell unterschiedlichen Prozessen:

- Zum einen kann das angelegte elektrische Feld eine translatorische Bewegung von Ladungsträgern durch das zu untersuchende Elektroden-Probe-System verursachen. Der daraus resultierende Strom $I(\omega)$ ergibt sich aus dem angelegten elektrischen Feld E und der spezifischen Leitfähigkeit des Systems $\sigma(\omega)$ zu

$$I(\omega) = \sigma(\omega) \cdot E. \quad (21)$$

Die Ladungsträger können dem elektrischen Feld so schnell folgen, dass dieses und der aus der translatorischen Bewegung der Ladungsträger resultierende Strom in Phase sind. Somit liegt ein idealer elektrischer Leiter vor, der entsprechend Gleichung (12) durch einen OHM'schen Widerstand beschrieben werden kann.

- Zum anderen kann das angelegte elektrische Feld E eine lokale Verschiebung von Ladungsträgern im zu untersuchenden Elektroden-Probe-System verursachen. Der resultierende Verschiebungsstrom $I(\omega)$ ergibt sich aus der von der Frequenz und der Feldstärke abhängigen dielektrischen Verschiebung $D(\omega)$ zu

$$I(\omega) = \frac{dD(\omega)}{dt}. \quad (22)$$

Das Ausmaß dieser Ladungsträgerverschiebung ist von der Stärke des angelegten elektrischen Feldes E und der Polarisierbarkeit $P(\omega)$ des Elektroden-Probe-Systems abhängig:

$$D(\omega) = \varepsilon_0 \varepsilon_r(\omega) E = \varepsilon_0 E + P(\omega). \quad (23)$$

Somit liegt ein Dielektrikum vor, das entsprechend Gleichung (14) durch einen Kondensator beschrieben werden kann.

Bei einem realen Elektroden-Probe-System resultiert das Stromsignal aus der Überlagerung beider, oben beschriebener Prozesse. Im einfachsten Fall wird – unter Vernachlässigung des induktiven Anteils – die Systemantwort aus jeweils einem resistiven und kapazitiven Anteil zusammengesetzt. Werden beide Anteile im Sinne eines solchen „leitenden Dielektrikums“ zu einem parallelen RC-Glied kombiniert, simuliert dies einen bei der so genannten kritischen Frequenz $\nu_{\text{krit.}}$ beobachtbaren Relaxationsprozess mit der Relaxationszeit (*relaxation time*)

$$\tau = \nu_{\text{krit.}}^{-1} = R \cdot C. \quad (24)$$

Die Relaxationszeit ist die charakteristische Rückkehrzeit des Elektroden-Probe-Systems in den Gleichgewichtszustand. Der den resistiven Stromanteil beschreibende Widerstand R sowie die den kapazitiven Stromanteil beschreibende Kapazität C sind bei realen Systemen in der Regel temperaturabhängig. Dies gilt aufgrund Gleichung (24) somit auch für die Relaxationszeit τ bzw. die kritische Frequenz $\nu_{\text{krit.}}$.

Die makroskopische Relaxation des Elektroden-Probe-Systems nach einer Störung resultiert in der Regel aus der Überlagerung einer Vielzahl von mikroskopischen Einzelprozessen, die bei kleinen Störungen jeweils additiv zur makroskopischen Relaxation des Elektroden-Probe-Systems beitragen. Die Separation dieser Prozesse ist apparativ möglich, sofern sich ihre Resonanzfrequenzen bzw. Relaxationszeiten hinreichend unterscheiden.

Bei hohen Messfrequenzen bzw. kurzen Beobachtungszeiten werden alle Prozesse erfasst, die an der Verschiebung von Ladung im Elektroden-Probe-System beteiligt sind. Bei niedrigen Messfrequenzen bzw. langen Beobachtungszeiten werden nur die Prozesse erfasst, die zu einem Ladungstransport durch das System hindurch beitragen. Gebräuchliche kommerzielle Impedanzspektrometer umfassen z.B. einen Messbereich von 10^{-3} Hz bis 10^6 Hz. Damit können Einzelprozesse mit einer Zeitkonstante größer als 1000 s und kleiner als 10^{-6} s nicht mehr messtechnisch erfasst werden.

An beiden Enden des Messbereichs können sich ungewollte Effekte bemerkbar machen:

- Bei niedrigen Frequenzen kann es an den Grenzflächen zwischen Probe und Elektroden zur Ausbildung von Raumladungszonen (*space-charge region*) kommen. Diese wirken wie ein zur Probe seriell geschalteter Kondensator.
- Bei hohen Frequenzen kann in zunehmendem Maße eine Selbstinduktion der Zuleitungen auftreten. Diese wirkt wie eine zur Probe seriell geschaltete Spule. Durch eine effektive Abschirmung der Zuleitungen kann dieser Effekt jedoch vermieden werden.

Die mikroskopischen Einzelprozesse bedürfen in der Regel der thermischen Anregung. Im einfachsten Fall kann diese mit der ARRHENIUS-Beziehung beschrieben werden [14]. Für die bei der kritischen Frequenz gemessene, temperaturabhängige spezifische Leitfähigkeit $\sigma_{\text{krit.}}(T)$ des Elektroden-Probe-Systems gilt dann

$$\sigma_{\text{krit.}}(T) \sim \exp\left(\frac{-E_A}{k_B T}\right). \quad (25)$$

Die Anregungs- oder Aktivierungsenergie E_A des bei der kritischen Frequenz beobachteten Prozesses kann aus der Auftragung des Logarithmus der spezifischen Leitfähigkeit $\sigma_{\text{krit.}}(T)$ oder damit verwandter Größen gegen die reziproke thermodynamische Temperatur T ermittelt werden. Sie ergibt sich aus der negativen Steigung der Ausgleichsgeraden durch Multiplikation mit der BOLTZMANN-Konstanten k_B .

Visualisierung der Systemantwort

Die aus einer geeigneten Visualisierung der Systemantwort zugänglichen Informationen beschreiben den Gesamtcharakter des untersuchten Elektroden-Probe-Systems oft schon hinreichend genau. Üblicherweise werden dann zu einer graphischen Auswertung der Messdaten zweidimensionale Darstellungen der Impedanz-verwandten Funktionen verwendet:

- Die doppelt logarithmische Auftragung des Betrags der Impedanz gegen die Messfrequenz wird ebenso wie die Auftragung des Logarithmus der Messfrequenz gegen den Phasenwinkel als BODE-Diagramm bezeichnet [15].
- Die Auftragung der negativen Reaktanz gegen die Resistanz (komplexe Ebene) wird als ARGAND-Diagramm (Ortskurve, auch Nyquist-Diagramm) bezeichnet [16]. Für ein paralleles RC-Glied ergibt sich im I. Quadranten ein Halbkreis, der die Abszisse im Ursprung und beim Wert $Z' = R$ schneidet.
- Beim Admittanz-Spektrum wird die Konduktanz gegen die Messfrequenz doppelt logarithmisch aufgetragen. Im Fall eines parallelen RC-Glieds resultiert im I. Quadranten ein niederfrequenter, frequenzunabhängiger Bereich (DC-Plateau), der ab der kritischen Frequenz $\nu_{\text{krit.}} = \tau^{-1} = (RC)^{-1}$ in einen hochfrequenten, frequenzabhängigen Bereich übergeht (Abb. 1).
- Die Auftragung des Imaginärteils des Modulus M'' gegen den Logarithmus der Messfrequenz wird Modulus-Spektrum genannt. Dieses visualisiert auf Grund der logarithmischen Funktion besonders Feinstrukturen im hochfrequenten Bereich. Beim parallelen RC-Glied zeigt sich im I. Quadranten ein Maximum bei der kritischen Frequenz $\nu_{\text{krit.}} = \tau^{-1} = (RC)^{-1}$ (Abb. 1). Die Visualisierung der Messdaten im Modulus-Spektrum bietet den Vorteil, dass die zu einzelnen Relaxationsprozessen gehörenden Resonanzfrequenzen leicht an den auftretenden lokalen Maxima abgelesen werden können. Aufgrund der Temperaturabhängigkeit der Relaxationszeit bzw. der kritischen Frequenz verschiebt sich das Maximum im Modulus-Spektrum bei temperaturabhängigen Messungen.

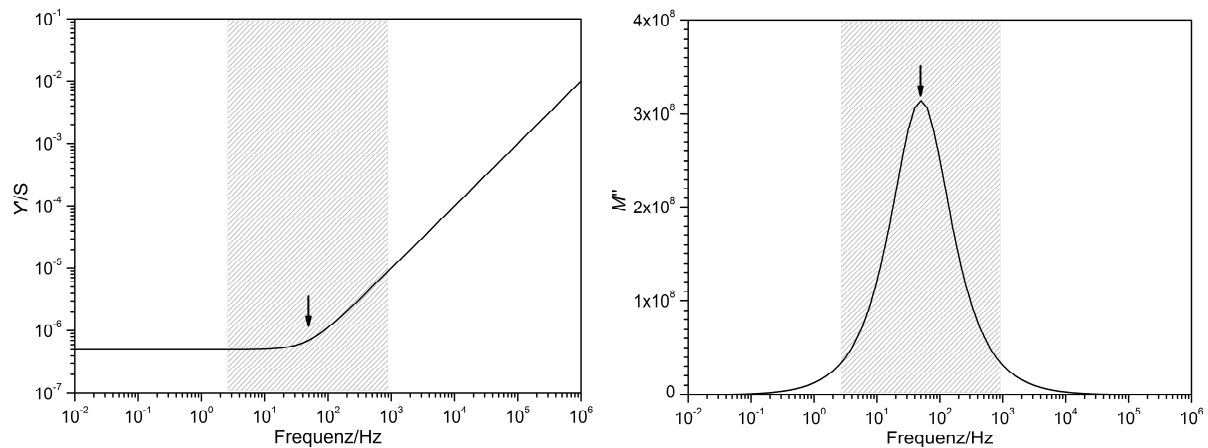


Abb. 1 Admittanz-Spektrum (links) und Modulus-Spektrum (rechts) eines parallelen RC-Gliedes, hier mit $R=2 \text{ M}\Omega$ und $C=25 \text{ }\mu\text{F}$. Die grau unterlegten Bereiche markieren den gleichen Frequenzbereich, der Pfeil die kritische Frequenz ($\nu_{\text{krit.}} = 50 \text{ Hz}$).

Literatur

- [1] V. V. Daniel, *Dielectric Relaxation*, Academic Press, **1967**.
- [2] A. Chelkowski, *Dielectric Physics*, Elsevier Scientific Publishing Company, **1980**.
- [3] A. K. Jonscher, *Universal Relaxation Law*, 1st edition, Chelsea Dielectric Press, **1996**.
- [4] A. Lasia in B. E. Conway, J. O. Bockris, R. White (Hg.), *Modern Aspects of Electrochemistry*, Kluwer Academic/Plenum Publishers, **1999**, 143-248.
- [5] F. Kremer, A. Schönhal, *Broadband Dielectric Spectroscopy*, Springer-Verlag, **2003**.
- [6] J. R. Macdonald, *Impedance Spectroscopy*, 2nd edition, John Wiley & Sons, Inc., **2005**.
- [7] M. E. Orazem, B. Tribollet, *Electrochemical impedance spectroscopy*, John Wiley & Sons, Inc., **2008**.
- [8] R. Kubo, *J. Phys. Soc. Jpn.* **1957**, 12(6), 570-586.
- [9] N. Kidner, A. Meier, Z. Homrighaus, B. W. Wessels, T. Mason, E. Garboczi, *Thin Solid Films* **2007**, 515(11), 4588-4595.
- [10] H. A. Kramers, *Physik Z.* **1929**, 30, 522-523.
- [11] R. de L. Kronig, *J. Opt. Soc. Am.* **1926**, 12(6), 547-556.
- [12] B. A. Boukamp, *Solid State Ionics* **2004**, 169(3-4), 65-73.
- [13] P. B. Macedo, C. T. Moynihan, R. Bose, *Phys. Chem. Glasses* **1972**, 13(6), 171-179.
- [14] S. Arrhenius, *Z. Phys. Chem.* **1889**, 4, 226.
- [15] H. W. Bode, *Network analysis and feedback amplifier design*, Van Nostrand, **1945**.
- [16] K. S. Cole, R. H. Cole, *J. Chem. Phys.* **1941**, 9(4), 341-351.